



Olimpiada Națională de Matematică

Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 2024

CLASA a V-a

Problema 1. Putem aranja primele 49 de numere naturale nenule pe o tablă 7×7 , astfel încât fiecare pătrat al tablei să conțină câte un număr și orice două numere prime să nu fie vecine?

Spunem că două numere de pe tablă sunt *vecine* dacă sunt situate în pătrate diferite care au o latură comună sau un vârf comun.

Gazeta Matematică

Problema 2. Pe o tablă sunt scrise toate numerele naturale de la 1 la 2025. Trei prietene colorează numerele după cum urmează: Alexia colorează cu roșu numerele 1 și 2, apoi Bianca colorează cu galben numerele 3, 4 și 5, iar Cristina colorează cu albastru numerele 6, 7, 8 și 9; procedeul se repetă: Alexia colorează cu roșu următoarele două numere, Bianca colorează cu galben următoarele trei numere, iar Cristina colorează cu albastru cele patru numere care urmează. Prietenele continuă să coloreze până când toate numerele sunt colorate.

- a) Stabiliți ce culoare va avea numărul 2024.
- b) Determinați cel mai mic număr natural n cu proprietatea că, după ce au fost colorate n numere, suma numerelor care au fost colorate cu galben este mai mare decât 2024.

Problema 3. Arătați că:

- a) există o infinitate de numere naturale n astfel încât numărul $2 \cdot n$ este pătrat perfect, iar numărul $3 \cdot n$ este cub perfect;
- b) nu există niciun număr natural m astfel încât numărul $2 + m$ să fie pătrat perfect, iar numărul $3 \cdot m$ să fie cub perfect.

Problema 4. Vom spune că un număr natural $n \geq 5$ se numește *special* dacă, oricum am lua 5 numere distincte dintre numerele $1, 2, 3, \dots, n$, există printre ele 4 numere distincte a, b, c, d astfel încât $a + b = c + d$.

- a) Arătați că $n = 6$ este special.
- b) Determinați toate numerele speciale.

Timp de lucru 3 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.